



Edición 27

Matemáticas en Uniandes

El presente número de la revista *HipÓtesis* está dedicado a las matemáticas, con ocasión de dos recientes celebraciones especiales: los 75 años del Departamento de Matemáticas y los 60 de la

carrera de Matemáticas en la Universidad de los Andes, ambos conmemorados en 2024.

Las matemáticas han jugado un rol fundamental en los Andes desde sus inicios, quizá porque para sus fundadores (en particular para Mario Laserna Pinzón, formado él mismo como matemático) una de las grandes brechas académicas que existían durante la primera mitad del siglo XX entre las instituciones de educación superior en Colombia y las del mundo desarrollado, y que era urgente atender, era la forma en la que se abordaba la enseñanza de esta disciplina y de otras ciencias, y la escasa presencia en el país de profesionales que contaran con una formación idónea en las matemáticas modernas.

Además de Albert Einstein, formaron parte de la junta consultiva internacional para la fundación de la Universidad de los Andes matemáticos tan destacados como John von Neumann, Marston Morse y Solomon Lefschetz quienes, además de su rol como «consejo asesor para la Universidad de los Andes y como un puente para conectarla con el mundo»¹, orientaron la formación del actual Departamento al sugerir a Laserna el nombre de John Horváth, arquitecto de la actual carrera y su primer director.

Con la misión de «investigar, enseñar matemáticas y aplicarlas a diferentes campos»² nació la carrera de Matemáticas en los Andes, fuertemente influenciada por John Horváth y Henri Yerly (quien sucedió al primero en la dirección del Departamento cuando este emigró a la Universidad de Maryland, en los Estados Unidos), y algunos de sus primeros profesores de planta e invitados ilustres (entre ellos, además

¹L. F. Molina y F. Cepeda. *La Indomable Razón*. Ediciones Uniandes, 2023.

²A. E. Schotborgh. *El Departamento de Matemáticas de la Universidad de los Andes 1949-2003*. Ediciones Uniandes, 2004.

de Horváth, Yerly y Schotborgh, matemáticos tan importantes para la época como von Neumann y Laurent Schwartz). La visión de Horváth y Laserna (quien también enseñó matemáticas en los primeros años de la universidad) resultó en la carrera que hoy, con más de seiscientos egresados, cuenta con una trayectoria reconocida en el país y en el exterior, tanto en formación como en investigación. Para recordar los inicios del programa, y reconocer el trabajo de quienes llevaron a consolidarlo, hemos incluido en este número el texto escrito por el profesor Jaime Lesmes Camacho, basado en una conferencia pronunciada con ocasión de los primeros cin-

cuenta años de la carrera, así como una nota escrita por el profesor Xavier Caicedo, en la que hace un recuento de la relación de John Horváth con el Departamento de Matemáticas a lo largo de los años.

Aunque es difícil representar en un solo número un panorama completo de la riqueza disciplinar que ha alcanzado el Departamento de Matemáticas, tras tres cuartos de siglo, hemos querido incluir en las páginas que siguen algunos textos que den testimonio del trabajo que se lleva a cabo actualmente en él. Los artículos incluidos en este número de *HipÓtesis*, sin embargo, no solamente incluyen



De izquierda a derecha: Munro, von Neumann, Oates, Einstein, Morgenstern, Laserna, Wilks, Morse y Lefschetz (1952). Archivo Universidad de los Andes.

temas de matemáticas puras que describen la investigación en nuestro campus, sino también trabajos que tratan de algunas interesantes aplicaciones abordadas por matemáticos que llevan la potencia de las herramientas propias de nuestra disciplina a otras áreas del conocimiento. También hemos querido incluir textos que ofrezcan un punto de vista histórico sobre el surgimiento de ideas, preguntas y respuestas que han marcado el desarrollo de diversas áreas de las matemáticas, y otros que cuenten experiencias que nos han conectado con el entorno. Entre las autoras y los autores que han contribuido a este número, además de profesores del Departamento de Matemáticas, hemos tenido la alegría de contar con la participación de egresados, a quienes agradecemos especialmente este aporte que, estamos seguros, será del agrado de los lectores.

En este número especial de *Hipótesis*, los lectores encontrarán artículos que describen resultados que conciernen a las áreas clásicas de las matemáticas, y algunas aplicaciones relacionadas con ellas: álgebra y combinatoria, geometría, análisis matemático, probabilidad y estadística. Todos ellos cuentan una historia de matemáticas, dirigida a un público general, sin renunciar al lenguaje matemático, ilustrando los métodos y mencionando sus generalizaciones y usos en las ciencias (biología y física, entre otras), o algunas de sus aplicaciones tecnológicas (seguridad informática, por ejemplo). Entre los teoremas y las ecuaciones presentadas por los autores en los artículos que componen este número, el lector podrá encontrar la huella de las matemáticas en la sociedad (la criptografía como herramienta que permitió a los ejércitos aliados ganar la Segunda Guerra Mundial) y viceversa (el impacto de la guerra en el desarro-

llo del cálculo estocástico en Europa), así como algunos testimonios de experiencias locales, como las Escuelas de Verano y los Círculos Matemáticos, que nos han permitido conectar nuestro campus con investigadores del mundo, por una parte, y con jóvenes estudiantes de la ciudad, por otra. Las matemáticas, hoy más que nunca, son un puente, y la experiencia liderada y narrada por Carolina Benedetti ilustra el impacto potencial de ponerlas al alcance de los jóvenes.

En su artículo sobre el teorema de Ramsey para los enteros, Andrés Caicedo aborda una cuestión fundamental que toca a casi cualquier área de las matemáticas, y que podría describirse como la relación entre tamaño (de una estructura matemática dada) y prevalencia (de alguna propiedad interesante asociada a esta estructura). Un ejemplo del uso del teorema de Ramsey en combinatoria es el resultado que establece que, en cualquier coloración de un grafo completo suficientemente grande, se hallarán subgrafos completos monocromáticos. Otro ejemplo de un problema de este tipo, en el contexto que aborda Caicedo en su artículo, es ¿qué tan largo ha de ser un orden para asegurar que, para cualquier partición de este orden en dos piezas, al menos una de las piezas contenga una copia de los enteros? La demostración de esta versión del resultado tipo Ramsey, acerca del orden de los enteros, es el objetivo que Caicedo usa como excusa para ilustrar la potencia universal de los métodos de la lógica matemática y la teoría de conjuntos.

La historia del teorema de los cuatro colores es el tema del artículo de Darío Alejandro García, un problema sobre el coloreado de las regiones de un mapa. Como dicho coloreado debe hacerse de tal modo que dos regiones fronterizas tengan siempre un color distinto, y con un número

mínimo de colores, una historia compleja acompaña la conjetura asociada (los cuatro colores) que, además, llevó a una profunda discusión sobre la validez de una demostración matemática «experimental» a través de la verificación, caso por caso, con ayuda de un computador. La pregunta puede traducirse al lenguaje de la combinatoria de grafos, y también en esta forma la aborda García en su artículo que, finalmente, considera el problema en mapas con otras geometrías. Problemas matemáticos como el de los cuatro colores dan fe de la dificultad que, en algunas ocasiones, subyace al momento de responder preguntas aparentemente sencillas. Sin embargo, hay problemas matemáticos que, al contrario, lo que buscan es evitar que exista una forma sencilla de encontrar una respuesta.

«El arte de guardar y compartir secretos» es como Valérie Gauthier se refiere a la criptografía, el área de las matemáticas aplicadas que ha garantizado las comunicaciones en forma segura, además de permitir que con la misma seguridad podamos autenticarnos y hacer transacciones bancarias electrónicamente, o usar nuevas tecnologías como el *blockchain*. En su artículo, Valérie Gauthier recorre el largo camino que ha llevado a la humanidad de los métodos más básicos de encriptación hasta los riesgos que ha traído el avance de la capacidad de cómputo y de técnicas como la inteligencia artificial en la seguridad de los llamados criptosistemas actuales. De las primeras evidencias de encriptado babilónico a la criptografía llamada postcuántica, pasando por el trabajo fundamental de Alan Turing para entender el código usado por la famosa máquina ENIGMA, durante la Segunda Guerra Mundial, Gauthier llama la atención sobre este tema que, en la revolución digital que vive el mundo, es de permanente actualidad.

Pero las matemáticas también son especialmente útiles para modelar y estudiar principios de diseño que usa la naturaleza porque, como nos recuerda Germán Enciso en su contribución, permiten abstraer propiedades comunes a muchos sistemas y describir sus posibles comportamientos, independientemente del contexto. El artículo de Enciso, titulado «Sistemas de decisión celular con múltiples posiciones», expone uno de los sistemas más interesantes para la biología celular: la comunicación de señales a nivel molecular. En estos sistemas una célula transforma una señal continua en una respuesta binaria, llevando a cabo lo que podría llamarse una decisión. Aplicaciones del trabajo de Enciso incluyen el modelamiento de la quimiotaxis (capacidad de algunos microorganismos para nadar en busca de nutrientes), oscilaciones periódicas en la concentración de proteínas, o la regulación celular en la levadura.

Preguntarse por los principios matemáticos que parece usar la naturaleza llevó, durante el siglo XVIII, a descubrir que las leyes fundamentales de la física se desprenden de principios de mínima acción, o principios variacionales. Estos principios dieron lugar a métodos alternativos para determinar las ecuaciones que gobiernan la dinámica de un sistema físico, identificándolas como solución a extremos de un funcional asociado al sistema. Tanto la geometría diferencial como el análisis geométrico juegan un rol fundamental a la hora de aplicar el cálculo variacional a sistemas usados en física teórica (mecánica analítica, relatividad general, etc.), o en matemáticas (problemas de optimización abstractos). El artículo de René Meziat en este número especial de *HipÓtesis*, titulado «Método de los momentos en elasticidad no lineal», considera algunas extensiones de las técnicas

variacionales clásicas a problemas variacionales no convexos, y sus aplicaciones a situaciones físicas o económicas en las que tienen particular relevancia. También aborda problemas de control óptimo, de cálculo de variaciones y de teoría de juegos, en los que aparecen desbalances ocasionados por la presencia de oscilaciones, con importantes implicaciones prácticas.

En su artículo «El flujo de Ricci en superficies», Jean Carlos Cortissoz ilustra los métodos del análisis geométrico empleados por Richard Hamilton en tres dimensiones, inspirados en el cálculo variacional, para sentar las bases de la demostración de la famosa conjetura de Poincaré (finalmente lograda por Grigori Perelman en 2003). Usando las técnicas de Hamilton para estudiar la evolución de la curvatura de una superficie en el tiempo, dada una ecuación de evolución (flujo de Ricci) y una condición inicial, Jean Carlos y su grupo de trabajo han logrado demostrar interesantes resultados en el caso de superficies con y sin frontera que, además de su significado geométrico, permiten acercarse a estos problemas y sus soluciones con la potencia del análisis y mucha más intuición.

En este número de *Hipótesis* también se narra, a través del artículo de Michael Högele, la historia del desarrollo del cálculo estocástico en uno de los periodos más turbulentos de la historia de la humanidad. El cálculo estocástico, una de las aplicaciones más significativas en teoría de probabilidades desarrollada durante el siglo XX, fue ampliamente reconocido como creación del matemático japonés Kiyosi Itô hasta la reciente irrupción en la historia del alemán Wolfgang Döblin. Högele nos explica las ideas que dieron lugar a su origen, del movimiento browniano a las integrales estocásticas de Itô, y que con el tiempo sentarían las bases para desarrollos

importantes tanto en la física teórica como en matemáticas financieras que permiten, entre otras cosas, dar un precio justo y calculable a las opciones en la bolsa de valores.

Por su concepción y diseño, el Departamento de Matemáticas ha tenido el inmenso privilegio de irrigar y apoyar a todas las demás unidades académicas de la Universidad de los Andes, a través de los cursos que imparte a los estudiantes de las distintas facultades que la integran, y también de ofrecer una formación rigurosa que ha llegado a cientos de egresados a través de instancias como la opción académica y los dobles programas. La investigación, la enseñanza y la aplicación de las matemáticas en Colombia siguen siendo tareas necesarias e inaplazables, tal como hace más de 75 años, y la carrera de Matemáticas en los Andes, así como sus programas de maestría y doctorado, hacen parte de la apuesta institucional que, desde su nacimiento, busca impactar en la sociedad con profesionales rigurosos y competentes, sin importar su campo de acción. Hacer de los Andes un lugar donde se enseñen bien, y se sepan aplicar las matemáticas, es quizá uno de los marcadores del éxito de nuestra universidad en estos 75 años, y no hubiera sido posible sin la participación de cientos de personas que han estado involucradas en su historia, hasta hoy.

Antes de dar paso al contenido de este número especial, quisiéramos agradecer especialmente a cada una de las personas que han integrado el Departamento de Matemáticas desde su fundación, en 1949. Estudiantes, egresados, profesores y personal de apoyo administrativo, todos quienes han participado de nuestros logros colectivos y continúan trazando nuestros objetivos. También agradecemos a las instituciones, nacionales e internacionales, que



El *Gömböc* ofrecido por el matemático e ingeniero Gábor Domokós, y donado por Otto Albrecht al Departamento de Matemáticas de la Universidad de los Andes, marcado con el año de su fundación. Entregado en abril de 2023 por Zsófia Villegas-Vitézy, embajadora de Hungría, celebra la relación estrecha de nuestro departamento con la brillante generación de matemáticos húngaros que participaron en su diseño.

han apoyado las distintas actividades de docencia e investigación en matemáticas durante este ya largo trayecto, y a los donantes privados que han contribuido y siguen contribuyendo a los fondos de becas, como el iniciado por el legado del profesor Yerly, que apoyan la excelencia de nuestros estudiantes y el esfuerzo de sus familias. Finalmente, quisiéramos recordar a algunas de las personas que han contribuido especialmente al desarrollo de la carrera, desde distintas aristas, y de quienes nos hemos debido despedir recientemente: Alberto Schotborgh (1927-2018), Jaime Lesmes Camacho (1939-2023), Hernando Echeverri Dávila (1946-2024), Andrés Mauricio

Morales (1977-2024) y Mikhail Malakhaltsev (1961-2025).

Alexander Cardona

Departamento de Matemáticas

Michael Högele

Departamento de Matemáticas

Andrés Reyes Lega

Editor, revista *HipÓtesis*

